

第1讲 勾股定理中的数学思想（练习）

一、勾股中的分类讨论思想

1. 若一个直角三角形的两条边长 x 、 y 满足 $|x-3| + \sqrt{y-6} = 0$ ，则它的第三边长为 _____ .

【答案】 $3\sqrt{5}$ 或 $3\sqrt{3}$

【解析】 $|x-3| = 0, x = 3,$

$$\sqrt{y-6} = 0, y = 6.$$

2种情况：① x 、 y 为直角边，则第三边为 $\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{9 + 36} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$.

② y 为斜边，则第三边为 $\sqrt{y^2 - x^2} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$.

【标注】 【知识点】 直接用勾股求边长

2. 直角三角形的两边长分别为6cm和8cm，则第三边长为 _____ .

【答案】 10或 $2\sqrt{7}$

【解析】 直角三角形的斜边不确定，进行分类讨论：

①当8为直角边时，第三边长 $\sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$ ；

②当8为斜边时，第三边长为 $\sqrt{8^2 - 6^2} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$ ；

$\therefore$ 第三边长为10或 $2\sqrt{7}$.

【标注】 【知识点】 已知两边求第三边-分类讨论

3. 已知直角三角形的两条边长为1和 $\sqrt{5}$ ，则第三边长为 _____ .

【答案】 2或 $\sqrt{6}$

【解析】 若1和 $\sqrt{5}$ 为直角边，则第三边是斜边，由勾股定理得：

$$\text{第三边长} = \sqrt{1 + 5} = \sqrt{6} ;$$

若 $\sqrt{5}$ 是斜边，则1和第三边为直角边，由勾股定理得：

$$\text{第三边长} = \sqrt{5 - 1} = 2 .$$

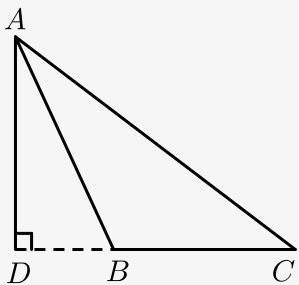
故答案为：2或 $\sqrt{6}$.

【标注】【知识点】已知两边求第三边-分类讨论

4. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 13\text{cm}$, $AC = 15\text{cm}$, 高 $AD = 12$, 求 BC 的长.

【答案】14或4.

【解析】(1) 如图,



锐角 $\triangle ABC$ 中, $AB = 13$,

$AC = 15$, BC 边上高 $AD = 12$,

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中 $AB = 13$, $AD = 12$, 由勾股定理得

$$BD^2 = AB^2 - AD^2 = 13^2 - 12^2 = 25,$$

则 $BD = 5$,

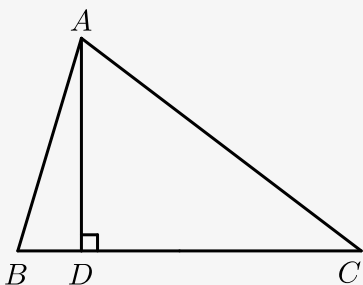
在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中 $AC = 15$, $AD = 12$, 由勾股定理得

$$CD^2 = AC^2 - AD^2 = 15^2 - 12^2 = 81,$$

则 $CD = 9$,

故 $BC = BD + DC = 9 + 5 = 14$.

(2) 钝角 $\triangle ABC$ 中,



$AB = 13$, $AC = 15$, BC 边上高 $AD = 12$,

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中 $AB = 13$, $AD = 12$, 由勾股定理得

$$BD^2 = AB^2 - AD^2 = 13^2 - 12^2 = 25,$$

则 $BD = 5$,

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中 $AC = 15$, $AD = 12$, 由勾股定理得

$$CD^2 = AC^2 - AD^2 = 15^2 - 12^2 = 81,$$

则 $CD = 9$,

故 BC 的长为 $DC - BD = 9 - 5 = 4$.

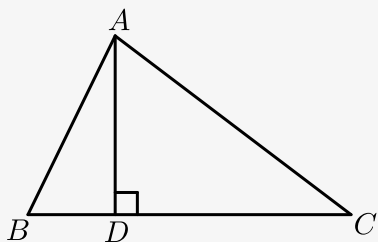
故 BC 的长为14或4.

【标注】【知识点】勾股定理的综合应用

5. 已知：在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 13$ ， $AC = 15$ ， AD 为 BC 边的高，且 $AD = 12$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积.

【答案】84或24.

【解析】①如图，锐角 $\triangle ABC$ 中， $AB = 13$ ， $AC = 15$ ， BC 边上高 $AD = 12$ ，



在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中 $AB = 13$ ， $AD = 12$ ，

由勾股定理 $BD^2 = AB^2 - AD^2 = 13^2 - 12^2 = 25$ ，

$\therefore BD = 5$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中 $AC = 15$ ， $AD = 12$ ，

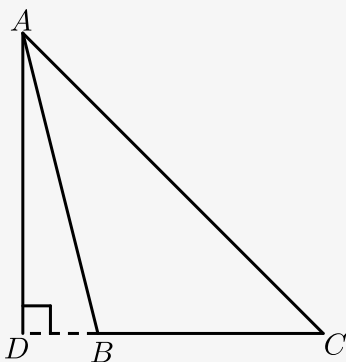
由勾股定理得 $CD^2 = AC^2 - AD^2 = 15^2 - 12^2 = 81$ ，

$\therefore CD = 9$.

$\therefore BC$ 的长为 $BD + DC = 9 + 5 = 14$ ，

$\triangle ABC$ 的面积： $\frac{1}{2} \times BC \times AD = \frac{1}{2} \times 14 \times 12 = 84$.

②钝角 $\triangle ABC$ 中， $AB = 13$ ， $AC = 15$ ， BC 边上高 $AD = 12$ ，



在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中 $AB = 13$ ， $AD = 12$ ，由勾股定理得

$BD^2 = AB^2 - AD^2 = 13^2 - 12^2 = 25$ ，

$\therefore BD = 5$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中 $AC = 15$ ， $AD = 12$ ，

由勾股定理得 $CD^2 = AC^2 - AD^2 = 15^2 - 12^2 = 81$,

$$\therefore CD = 9,$$

$$\therefore BC = DC - BD = 9 - 5 = 4.$$

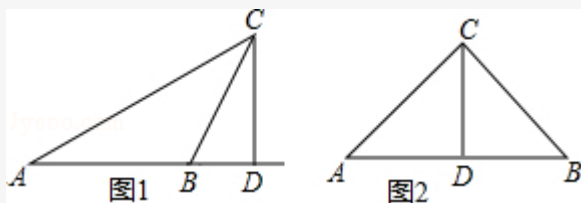
$$\triangle ABC \text{ 的面积: } \frac{1}{2} \times BC \times AD = \frac{1}{2} \times 4 \times 12 = 24.$$

【标注】【知识点】勾股定理的综合应用

6. 已知 $\triangle ABC$ 的边 $AC = 10$, $BC = 6\sqrt{2}$, AB 边上的高是 6, 则边 $AB =$ _____.

【答案】2或14

【解析】分两种情况考虑:



若 $\triangle ABC$ 为钝角三角形, 如图1所示, $AC = 10$, $BC = 6\sqrt{2}$, AB 边上的高 $CD = 6$,

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, 根据勾股定理得: $BD = \sqrt{BC^2 - CD^2} = 6$,

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, 根据勾股定理得: $AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = 8$,

此时 $AB = AD - BD = 8 - 6 = 2$;

若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, 如图2所示, $AC = 10$, $BC = 6\sqrt{2}$, AB 边上的高 $CD = 6$,

同理得到 $BD = 6$, $AD = 8$,

此时 $AB = AD + DB = 6 + 8 = 14$,

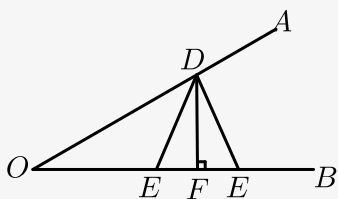
则边 $AB = 2$ 或 14 .

【标注】【知识点】勾股定理的综合应用

7. 已知 $\angle AOB = 30^\circ$, 点 D 在 OA 上, $OD = 2\sqrt{3}$, 点 E 在 OB 上, $DE = 2$, 则 OE 的长是 _____.

【答案】2或4

【解析】根据题意画出图形, 作 $DF \perp OB$ 交 OB 于点 F , 如图所示:



$$\because \angle AOB = 30^\circ, OD = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore DF = \sqrt{3}, OF = \sqrt{OD^2 - DF^2} = \sqrt{12 - 3} = 3,$$

$$\therefore DE = 2,$$

$$\therefore EF = \sqrt{DE^2 - DF^2} = \sqrt{4 - 3} = 1,$$

$$\text{当点 } E \text{ 在点 } F \text{ 的右侧时, } OE = OF + EF = 3 + 1 = 4,$$

$$\text{当点 } E \text{ 在点 } F \text{ 的左侧时, } OE = OF - FE = 3 - 1 = 2.$$

综上所述： OE 的长为：2或4.

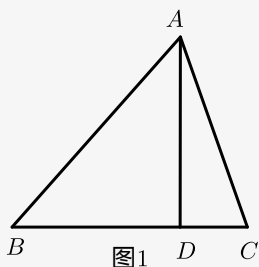
【标注】【知识点】勾股定理与几何问题

8. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 7.5$ ， $AC = 6.5$ ，高 $AD = 6$ ，则 BC 的长等于_____.

【答案】7或2

【解析】根据题意画出图形，如图所示，

如图1所示，



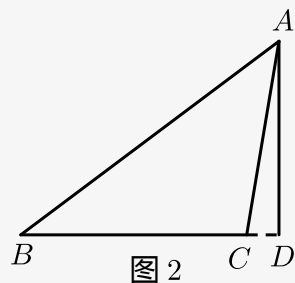
$$AB = 7.5, AC = 6.5, AD = 6,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 和 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中，

$$\text{根据勾股定理得：} BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 4.5, CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = 2.5,$$

$$\text{此时 } BC = BD + CD = 4.5 + 2.5 = 7;$$

如图2所示，



$$AB = 10, AC = 6.5, AD = 6,$$

$$\text{此时 } BC = BD - CD = 4.5 - 2.5 = 2,$$

则 BC 的长为7或2.

故答案为：7或2 .

【标注】【知识点】直接用勾股求边长

9. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = \sqrt{34}$ ， $AC = 5$ ，若 BC 边上的高等于3，则 BC 边的长为 _____ .

【答案】9或1

【解析】有两种情况：

① 如图1， $\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的高，
 $\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ ，
由勾股定理得：

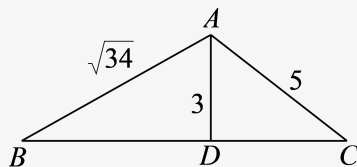


图1

$$BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{(\sqrt{34})^2 - 3^2} = 5,$$

$$CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$$\therefore BC = BD + CD = 5 + 4 = 9;$$

②如图2，同理得： $CD = 4$ ， $BD = 5$ ，

$$\therefore BC = BD - CD = 5 - 4 = 1,$$

综上所述， BC 的长为9或1 .

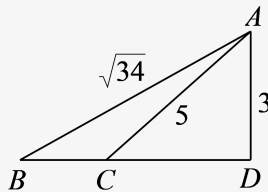


图2

【标注】【知识点】已知两边求第三边-分类讨论

10. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 30^\circ$ ， $AB = 2$ ， $AC = \sqrt{2}$ ，则 $\angle BAC =$ _____ .

【答案】 105° 或 15°

【解析】过A作 $AD \perp BC$ 于D，

分为两种情况：①如图1，

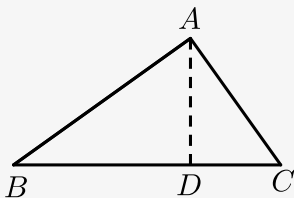


图1

$$\therefore AD \perp BC,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle B = 30^\circ, AB = 2,$$

$$\therefore AD = 1, \angle BAD = 60^\circ,$$

$$\therefore AC = \sqrt{2}$$

$$\therefore \text{由勾股定理得: } CD = \sqrt{(\sqrt{2})^2 - 1^2} = 1 = AD,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle ACD = 45^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ + 45^\circ = 105^\circ$$

②如图2,

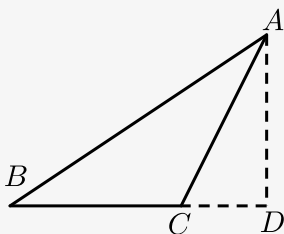


图 2

$$\therefore AD \perp BC,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 30^\circ, AB = 2,$$

$$\therefore AD = 1, \angle BAD = 60^\circ,$$

$$\therefore AC = \sqrt{2},$$

$$\therefore \text{由勾股定理得: } CD = \sqrt{(\sqrt{2})^2 - 1^2} = 1 = AD,$$

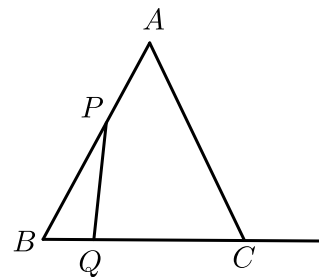
$$\therefore \angle CAD = \angle ACD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ,$$

故答案为: 105° 或 15° .

【标注】【知识点】已知两边求第三边-分类讨论

11. 如图, $\triangle ABC$ 是边长为 6cm 的等边三角形, $BP = 4\text{cm}$, 点 Q 为射线 BC 边上一点, 当 CQ 的长为 _____ 时, $\triangle PBQ$ 是直角三角形.



【答案】 4cm或2cm

【解析】 $\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle B = 60^\circ,$$

如图1，

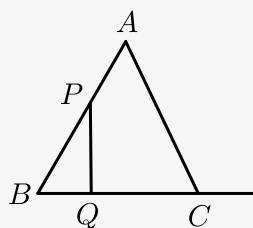


图1

$$\text{当 } \angle PQB = 90^\circ \text{ 时, } BQ = \frac{1}{2}BP = 2\text{cm},$$

$$CQ = 6 - 2 = 4\text{cm};$$

如图2，

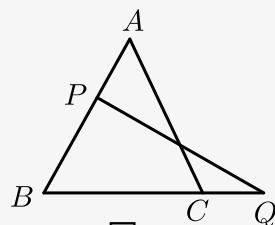


图2

$$\text{当 } \angle BPQ = 90^\circ \text{ 时, } BQ = 2BP = 8\text{cm},$$

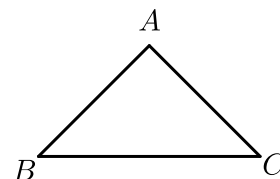
$$CQ = 8 - 6 = 2\text{cm},$$

故当 CQ 的长为 4cm 或 2cm 时， $\triangle PBQ$ 是直角三角形，

故答案为：4cm 或 2cm。

【标注】 【知识点】勾股定理的综合应用

12. 如图，已知等腰 $\triangle ABC$ 的底边 $BC = 8\text{cm}$ ，腰长 $AB = 5\text{cm}$ ，一动点 P 在底边上从点 B 开始向点 C 以 1cm/秒 的速度运动，当 $\triangle PAC$ 为直角三角形时，则点 P 的运动时间应为 _____ 秒。

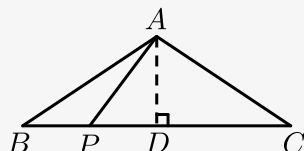


【答案】4或 $\frac{7}{4}$

【解析】如图，作 $AD \perp BC$ ，交 BC 于点 D ，

$$\because BC = 8\text{cm},$$

$\therefore$



$$BD = CD = \frac{1}{2}BC = 4\text{cm},$$

$$\because AB = 5\text{cm},$$

$$\therefore AD = 3\text{cm},$$

分两种情况：当点 P 运动 t 秒后有 $PA \perp AC$ 时，

$$\because AP^2 = PD^2 + AD^2 = PC^2 - AC^2,$$

$$\therefore PD^2 + AD^2 = PC^2 - AC^2,$$

$$\therefore PD^2 + 3^2 = (PD + 4)^2 - 5^2,$$

$$\therefore PD = 2.25\text{cm},$$

$$\therefore BP = 4 - 2.25 = 1.75 = t,$$

$$\therefore t = 1.75\text{秒},$$

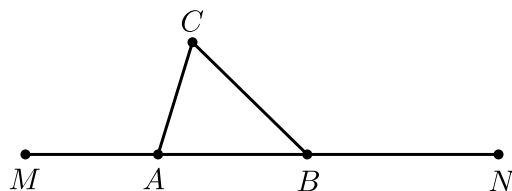
当点 P 运动 t 秒后有 $PA \perp BC$ 时，即 P 点运动到点 D 时，

$$\therefore t = 4\text{秒},$$

综上所述， t 的值为4或1.75.

【标注】【知识点】方程思想在勾股定理的应用

13. 如图，已知 AB 是线段 MN 上的两点， $MN = 12$ ， $MA = 3$ ， $MB > 3$. 以 A 为中心顺时针旋转点 M ，以点 B 为中心逆时针旋转点 N ，使 M 、 N 两点重合成一点 C ，构成 $\triangle ABC$ ，当 $\triangle ABC$ 为直角三角形时 AB 的长是（ ）.



A. 3

B. 5

C. 4或5

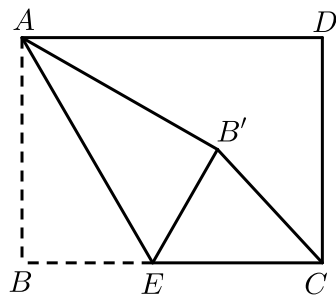
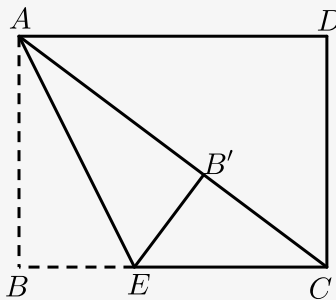
D. 3或5

【答案】 C**【解析】** 设 $AB = x$, 则 $BN = 12 - 3 - x = 9 - x$, $BC = BN = 9 - x$.若 $\angle CAB = 90^\circ$, 则 $3^2 + x^2 = (9 - x)^2$, 解得 $x = 4$;若 $\angle ABC = 90^\circ$, 则 $x^2 + (9 - x)^2 = 3^2$, 无实数根 ;若 $\angle BCA = 90^\circ$, 则 $3^2 + (9 - x)^2 = x^2$, 解得 $x = 5$. $\therefore$ 综上所述 , $AB = 4$ 或 5 .

故选 C .

【标注】 【知识点】 勾股定理的综合应用

14. 如图 , 矩形 $ABCD$ 中 , $AB = 3$, $BC = 4$, 点 E 是 BC 边上一点 , 连接 AE , 把 $\angle B$ 沿 AE 折叠 , 使点 B 落在点 B' 处 . 当 $\triangle CEB'$ 为直角三角形时 , CB' 的长为 _____ .

**【答案】** 2或 $\sqrt{10}$ **【解析】** 当 $\triangle CEB'$ 为直角三角形时 , 有两种情况 :① 当点 B' 落在矩形内部时 , 如图所示 .连接 AC ,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中 , $AB = 3$, $BC = 4$,

$$\therefore AC = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 ,$$

 $\therefore \angle B$ 沿 AE 折叠 , 使点 B 落在点 B' 处 ,

$$\therefore \angle AB'E = \angle B = 90^\circ,$$

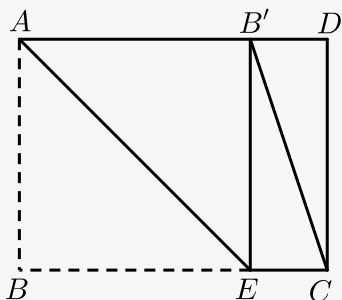
当 $\triangle CEB'$ 为直角三角形时，只能得到 $\angle EB'C = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 点 A 、 B' 、 C 共线，即 $\angle B$ 沿 AE 折叠，使点 B 落在对角线 AC 上的点 B' 处，

$$\therefore EB = EB', AB = AB' = 3,$$

$$\therefore CB' = 5 - 3 = 2;$$

②当点 B' 落在 AD 边上时，如图所示。



此时四边形 $ABEB'$ 为正方形，

$$\therefore B'E = AB = 3,$$

$$\therefore CE = 4 - 3 = 1,$$

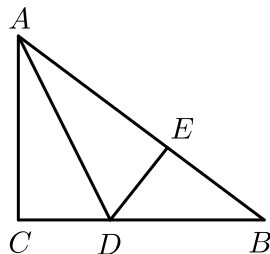
$$\therefore \text{Rt}\triangle B'CE \text{ 中, } CB' = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}.$$

综上所述， CB' 的长为2或 $\sqrt{10}$ 。故答案为：2或 $\sqrt{10}$ 。

【标注】【知识点】四边形与折叠问题

二、勾股中的方程思想

15. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ， $BC = 8$ ， $\angle CAB$ 的平分线 AD 与 BC 相交于点 D ，过点 D 作 $DE \perp AB$ ，垂足为 E 。



(1) 求 BE 的长。

(2) 求 CD 的长。

【答案】(1) 4。

(2) $CD = 3$ 。

【解析】(1) $\because AD$ 平分 $\angle CAB$, $\angle C = 90^\circ$, $DE \perp AB$,

$$\therefore DC = DE,$$

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 和 $\text{Rt}\triangle AED$ 中,

$$\begin{cases} AD = AD \\ DC = DE \end{cases}$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ACD \cong \text{Rt}\triangle AED (\text{HL}),$$

$$\therefore AC = AE.$$

$$\because \angle C = 90^\circ, AC = 6, BC = 8,$$

$$\therefore \text{在 } \text{Rt}\triangle ABC \text{ 中}, AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 10,$$

$$\therefore AE = 6, BE = AB - AE = 4.$$

$$(2) \text{ 设 } CD = x, \text{ 则 } DE = x, BD = 8 - x,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BDE \text{ 中}, DE^2 + BE^2 = BD^2,$$

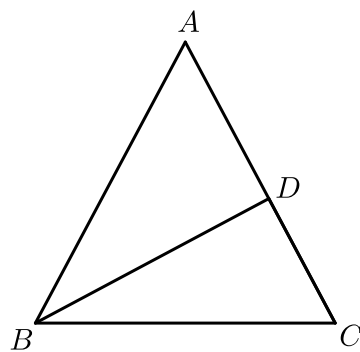
$$x^2 + 4^2 = (8 - x)^2,$$

$$\text{解得 } x = 3,$$

$$\therefore CD = 3.$$

【标注】【知识点】方程思想在勾股定理的应用

16. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 是 AC 上的一点, $CD = 8$, $BC = 17$, $BD = 15$.



(1) 判断 $\triangle ADB$ 的形状, 并说明理由.

(2) 求 AB 的长.

(3) 直接写出点 A 到 BC 边的距离 _____.

【答案】(1) 直角三角形

$$(2) \frac{289}{16}$$

$$(3) \frac{255}{16}$$

【解析】(1) $\triangle ADB$ 是直角三角形

理由如下：

$\because$ 在 $\triangle ADB$ 中三边满足 $BC^2 = BD^2 + CD^2$

$\therefore \angle BDC = 90^\circ$.

(2) 令 $AD = x$, 则 $AB = x + 8$,

$\because \triangle ADB$ 是直角三角形

$\therefore AB^2 = BD^2 + AD^2$,

即 $(x + 8)^2 = x^2 + 15^2$,

$\therefore x = \frac{161}{16}$,

$\therefore AB = \frac{289}{16}$.

(3) 略

【标注】【能力】推理论证能力

【知识点】等腰三角形的性质-等边对等角

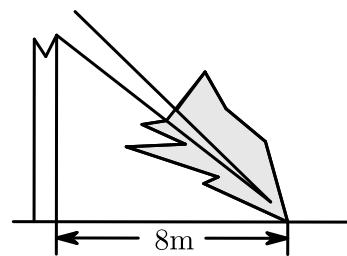
【知识点】作三角形的高，中线和角平分线

【知识点】判断三角形的高，中线和角平分线

【知识点】勾股定理的证明

【知识点】方程思想在勾股定理的应用

17. 如图，由于台风的影响，一棵高度是16m的树折断，树顶落在离树干底部8m处，则这棵树的折断处距地面的高度是（ ） .



A. 10m

B. 8m

C. 6m

D. 4m

【答案】 C

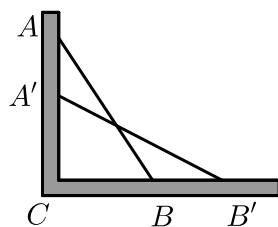
【解析】 设折断的地方离地面 x m，则断掉的长 $(16 - x)$ m，

$\therefore x^2 + 8^2 = (16 - x)^2$, $x = 6$.

【标注】【知识点】方程思想在勾股定理的应用

18.

如图，一架梯子 AB 斜靠在竖直的墙 AC 上，这时梯子底部 B 到墙底端的距离为0.7米；当梯子顶部 A 沿墙下移0.4米到 A' 处时，梯子底部 B 将会外移0.8米到达 B' 处，则梯子 AB 长为 _____ 米．



【答案】 2.5

【解析】 $\because BB' = 0.8$ 米， $BC = 0.7$ 米，
 $\therefore B'C = 0.7 + 0.8 = 1.5$ 米，
 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，
 $AB^2 = AC^2 + BC^2$
 $= (A'C + 0.4)^2 + 0.7^2$ ．
 在 $\text{Rt}\triangle A'B'C$ 中，
 $A'B'^2 = A'C^2 + B'C^2$
 $= A'C^2 + 1.5^2$ ．
 $\because AB = A'B'$ ，
 $\therefore (A'C + 0.4)^2 + 0.7^2 = A'C^2 + 1.5^2$ ，
 $A'C = 2$ ，
 $\therefore A'B' = \sqrt{2^2 + 1.5^2} = 2.5$ ，
 故梯子 AB 的长为2.5米．
 故答案为：2.5．

【标注】【知识点】勾股定理与实际问题

19. 《九章算术》是中国传统数学最重要的著作，奠定了中国传统数学的基本框架，书中的算法体系至今仍在推动着计算机的发展和应用．《九章算术》中记载：今有户不知高、广，竿不知长、短．横之不出四尺，从之不出二尺．邪之适出．问户高、广、邪各几何？译文是：现在有一扇门和一支竿，如果把竿横放，比门宽长4尺；竿竖放，比门高长2尺；竿斜放，与门对角线恰好相等．问竿的长度是多少？

【答案】 10尺．

【解析】 设竿的长度为 x 尺，根据勾股定理可得：

$$x^2 = (x-4)^2 + (x-2)^2,$$

即 $x^2 = x^2 - 8x + 16 + x^2 - 4x + 4,$

解得： $x_1 = 2$ （不合题意舍去）， $x_2 = 10,$

$10 - 2 = 8$ （尺），

$10 - 4 = 6$ （尺）.

答：门高8尺，门宽6尺，竿长10尺．

【标注】【能力】抽象概括能力

【能力】运算能力

【能力】分析和解决问题能力

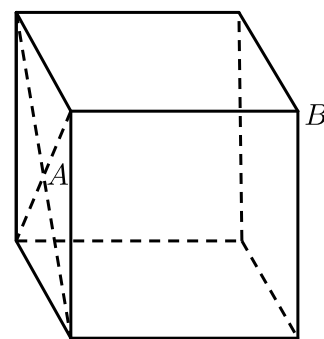
【思想】方程思想

【知识点】勾股定理与实际问题

【知识点】方程思想在勾股定理的应用

三、勾股中的转化与化归思想

20. 如图，点A在正方体左侧面的中心，点B是正方体的一个顶点，正方体的棱长为2，一只蚂蚁沿正方体表面从点A爬到点B的最短路程是（ ）．



A. 8

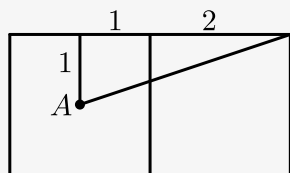
B. $\sqrt{10}$

C. 10

D. $\sqrt{8}$

【答案】B

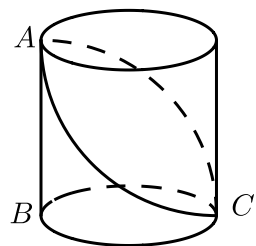
【解析】展开图如图所示：



则 $AB = \sqrt{(1+2)^2 + 1^2} = \sqrt{10}.$

【标注】【知识点】勾股定理与展开图最短路径问题

21. 如图，已知圆柱底面的周长为4dm，圆柱高为2dm，在圆柱的侧面上，过点A和点C嵌有一圈金属丝，则这圈金属丝的周长最小为 _____ ．



【答案】 $4\sqrt{2}\text{dm}$

【解析】如图，把圆柱的侧面展开，得到矩形，则这圈金属丝的周长最小为 $2AC$ 的长度．

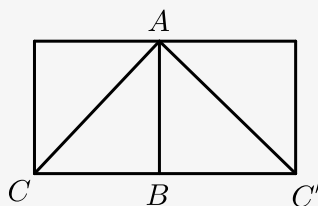
$\because$ 圆柱底面的周长为4dm，圆柱高为2dm，

$\therefore AB = 2\text{dm}$ ， $BC = BC' = 2\text{dm}$ ，

$\therefore AC^2 = 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8$ ，

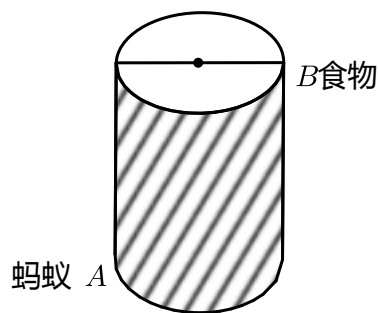
$\therefore AC = 2\sqrt{2}\text{dm}$ ，

$\therefore$ 这圈金属丝的周长最小为 $2AC = 4\sqrt{2}\text{dm}$ ．



【标注】【知识点】勾股定理与展开图最短路径问题

22. 如图所示，一圆柱高8cm，底面半径2cm，一只蚂蚁从点A爬到点B处吃食，要爬行的最短路程（ π 取3）是（ ）．



A. 12cm

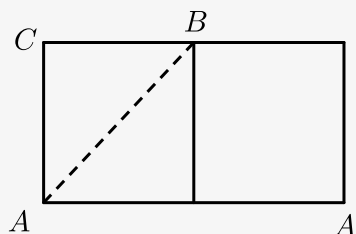
B. 10cm

C. 14cm

D. 无法确定

【答案】 B

【解析】如图所示：



可以把 A 和 B 展开到一个平面内，

即圆柱的半个侧面是矩形：

矩形的长 $BC = \frac{4\pi}{2} = 2\pi \approx 6$ ，矩形的宽 $AC = 8$ ，

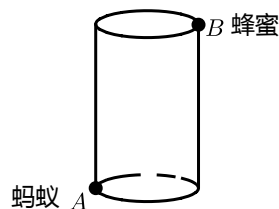
在直角三角形 ABC 中， $AC = 8$ ， $BC = 6$ ，

根据勾股定理得： $AB = \sqrt{(2\pi)^2 + 64} = 10$ 。

故选B。

【标注】【知识点】勾股定理与展开图最短路径问题

23. 如图，圆柱形容器高12cm，底面周长24cm，在杯口点 B 处有一滴蜂蜜，此时蚂蚁在杯外壁底部与蜂蜜相对的 A 处，



- (1) 求蚂蚁从 A 到 B 处吃到蜂蜜最短距离。
 (2) 若蚂蚁刚出发时发现 B 处的蜂蜜正以每秒钟1cm沿杯内壁下滑，4秒钟后蚂蚁吃到了蜂蜜，求蚂蚁的平均速度至少是多少。

【答案】 (1) $12\sqrt{2}$ cm。

(2) 5cm/s。

【解析】 (1) 如图所示，

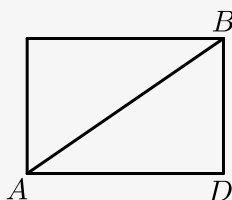
$\because$ 圆柱形玻璃容器，高12cm，底面周长24cm，

$\therefore AD = 12$ cm，

$\therefore AB = \sqrt{AD^2 + BD^2}$

$= \sqrt{12^2 + 12^2}$

$= 12\sqrt{2}$ (cm)。



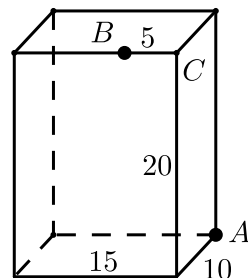
(2) $\because AD = 12$ cm，

$\therefore$ 蚂蚁所走的路程 $= \sqrt{12^2 + (12 + 4)^2} = 20$ ，

$\therefore$ 蚂蚁的平均速度 $= 20 \div 4 = 5$ (cm/s) .

【标注】【知识点】勾股定理与展开图最短路径问题

24. 如图，长方体的长为15，宽为10，高为20，点B离点C的距离为5，一只蚂蚁如果要沿着长方体的表面从点A爬到点B，需要爬行的最短距离是（ ）.



A. $5\sqrt{21}$

B. 25

C. $10\sqrt{5} + 5$

D. 35

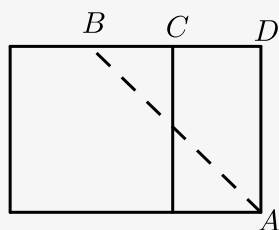
【答案】B

【解析】将长方体展开，连接A、B，

根据两点之间线段最短，

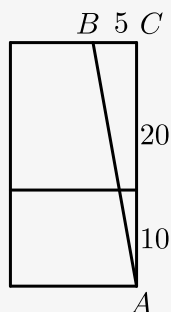
(1) 如图， $BD = 10 + 5 = 15$ ， $AD = 20$ ，

由勾股定理得： $AB = \sqrt{AD^2 + BD^2} = \sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{625} = 25$.



(2) 如图， $BC = 5$ ， $AC = 20 + 10 = 30$ ，

由勾股定理得， $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{5^2 + 30^2} = \sqrt{925} = 5\sqrt{37}$.



(3) 只要把长方体的右侧表面剪开与上面这个侧面所在的平面形成一个长方形，如图：

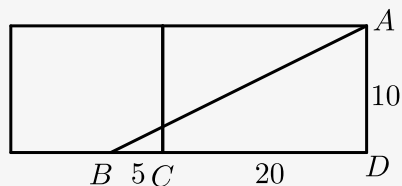
$\therefore$ 长方体的宽为10，高为20，点B离点C的距离是5，

$\therefore BD = CD + BC = 20 + 5 = 25$ ， $AD = 10$ ，

在直角三角形 ABD 中，根据勾股定理得：

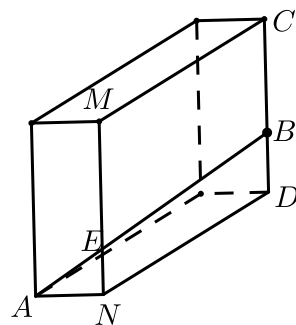
$$\therefore AB = \sqrt{BD^2 + AD^2} = \sqrt{10^2 + 25^2} = 5\sqrt{29}.$$

由于 $25 < 5\sqrt{29} < 5\sqrt{37}$ ，故最短距离为25.



【标注】【知识点】勾股定理与展开图最短路径问题

25. 如图，一块长方体砖宽 $AN = 5\text{cm}$ ，长 $ND = 10\text{cm}$ ， CD 上的点 B 距地面的高 $BD = 8\text{cm}$ ，地面上 A 处的一只小蚂蚁到 B 处吃食，要爬行的最短路径是 _____ cm （可以考虑从砖底爬过去）.



【答案】 $\sqrt{269}$

【解析】 依据立体图形平面展开图可得： $AN = 5$ ， $ND = 10$ ， $BD = 8$ ，

①如图1所示， $AB^2 = AD^2 + BD^2 = 15^2 + 8^2$ ，

$\therefore AB = 17(\text{cm})$.

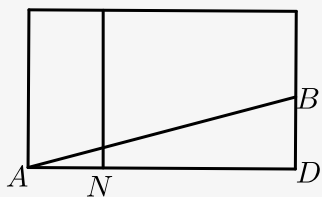


图1

②如图2所示，

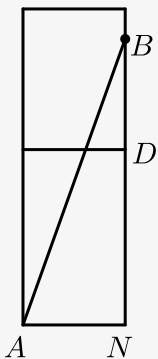


图2

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{AN^2 + (DN + BD)^2} \\ &= \sqrt{5^2 + (10 + 8)^2} \\ &= \sqrt{349}(\text{cm}), \end{aligned}$$

③如图3所示,

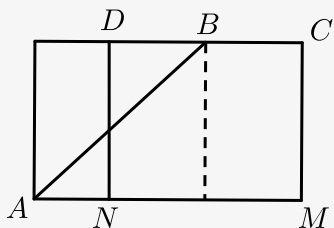
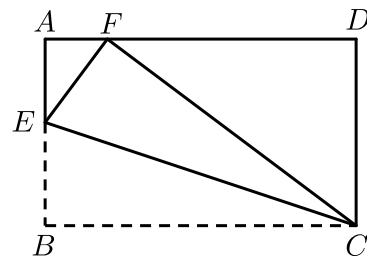


图3

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(5 + 8)^2 + 10^2} = \sqrt{269}(\text{cm}), \\ \therefore \sqrt{349} &> 17 > \sqrt{269}, \\ \therefore \text{需要爬行的最短路径是} &\sqrt{269}\text{cm}. \end{aligned}$$

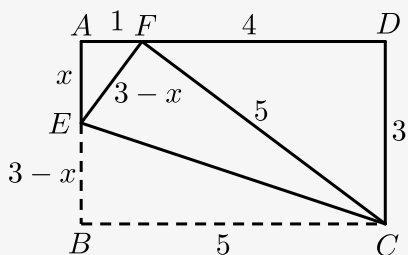
【标注】【知识点】勾股定理与展开图最短路径问题

26. 将长方形 $ABCD$ 沿直线 CE 折叠, 顶点 B 恰好落在 AD 边上 F 点处, 如图所示, 已知 $AB = 3\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$, 求 AE 的长.



【答案】 $\frac{4}{3}\text{cm}$.

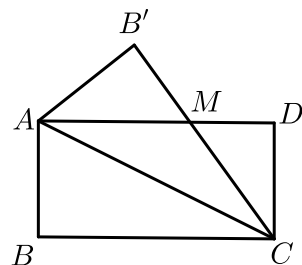
【解析】



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形 ,
 $\therefore AB = CD = 3$, $\angle A = \angle D = 90^\circ$,
 由翻折得 $\triangle BEC \cong \triangle FEC$,
 $\therefore FC = BC = 5$, $EF = BE$.
 在 $\text{Rt}\triangle FDC$ 中 , 由勾股定理得 :
 $DF = \sqrt{FC^2 - CD^2} = 4$,
 $\therefore AF = 1$.
 设 $AE = x$, 则 $BE = 3 - x$,
 $EF = BE = 3 - x$.
 在 $\text{Rt}\triangle AEF$ 中 , 由勾股定理得 :
 $AE^2 + AF^2 = EF^2$,
 $x^2 + 1^2 = (3 - x)^2$,
 解得 $x = \frac{4}{3}$,
 $\therefore AE = \frac{4}{3}$,
 $\therefore AE$ 的长为 $\frac{4}{3}\text{cm}$.

【标注】【知识点】方程思想在勾股定理的应用

27. 如图 , 矩形 $ABCD$, $AB = 4$, $BC = 8$, 将 $\triangle ACB$ 沿对角线 AC 折叠得 $\triangle ACB'$, CB' 与 AD 相交与点 M , 则 DM 的长为 _____ .



【答案】 3

【解析】 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形 ,

$$\therefore AD = BC = 8, DC = AB = 4,$$

$$AD \parallel BC, \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MAC = \angle ACB = \angle MCA.$$

$$\therefore MA = MC.$$

设 MA 为 x ,

$$\text{则 } DM = 8 - x,$$

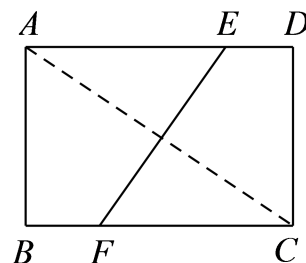
$$\text{由勾股定理得: } x^2 = (8 - x)^2 + 4^2,$$

$$\text{解得: } x = 5.$$

$$\therefore DM = 8 - 5 = 3.$$

【标注】【知识点】翻折问题与勾股定理

28. 如图, 矩形 $ABCD$ 的边长 $AB = 6$, $BC = 8$, 将矩形沿 EF 折叠, 使 C 点与 A 点重合, 则折痕 EF 的长是 ().



A. 7.5

B. 6

C. 10

D. 5

【答案】A

【解析】过点 E 作 $EH \perp BC$ 于点 H , 设 $ED = x$, 由对称性可知 $BF = x$,

$$\therefore AE = 8 - x = CF,$$

$$FH = 8 - 2x,$$

$$\because AB = 6, BC = 8, \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2,$$

$$\therefore AC = 10,$$

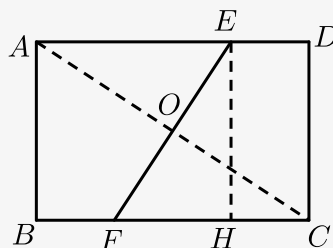
$\therefore$ 折叠,

$$\therefore AO = \frac{AC}{2} = 5, CF = AF = AE = CE,$$

$\therefore AFCE$ 是菱形,

$$\therefore \angle AOE = 90^\circ,$$

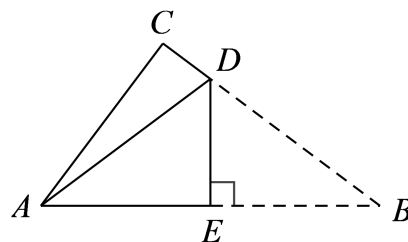
$$\therefore OE^2 = AE^2 - AO^2, EF^2 = EH^2 + FH^2,$$



$$\begin{aligned}
&\therefore 4OE^2 = (2OE)^2 = EF^2, \\
&\therefore 4(AE^2 - AO^2) = EH^2 + FH^2, \\
&\therefore 4[(8-x)^2 - 5^2] = 6^2 + (8-2x)^2, \\
&\therefore x = \frac{7}{4}, \\
&\therefore EF^2 = 36^2 + \left(8 - \frac{15}{4} \times 2\right)^2 = \left(\frac{15}{2}\right)^2, \\
&\therefore EF = \frac{15}{2}.
\end{aligned}$$

【标注】【知识点】方程思想在勾股定理的应用

29. 如图所示，是一张直角三角形纸片，两直角边 $AC = 6\text{cm}$ ， $BC = 8\text{cm}$ ，现将 ABC 折叠，使点 B 与点 A 重合，折痕为 DE ，则 CD 的长为 _____。



【答案】 $\frac{7}{4}$

【解析】由折叠可知 $AD = BD$ ，

设 $AD = BD = x\text{cm}$ ，

则 $CD = (8 - x)\text{cm}$ ，

$$6^2 + (8 - x)^2 = x^2,$$

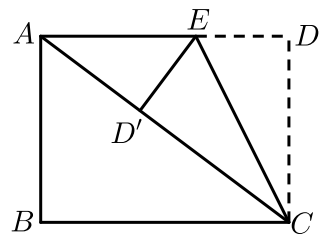
计算得 $x = \frac{25}{4}$ ，

$$\text{则 } CD = 8 - \frac{25}{4} = \frac{7}{4},$$

故答案为 $\frac{7}{4}$ 。

【标注】【知识点】翻折问题与勾股定理

30. 如图，将长方形纸片 $ABCD$ 折叠，使边 DC 落在对角线 AC 上，折痕为 CE ，且 D 点落在 D' 处，若 $AB = 3$ ， $AD = 4$ ，则 ED 的长为 _____。



【答案】 $\frac{3}{2}$

【解析】 设 ED 的长为 x ，

则 $DE = D'E = x$ ，

$\because CD' = CD = AB = 3$ ，

$\therefore AD' = 2$ ，

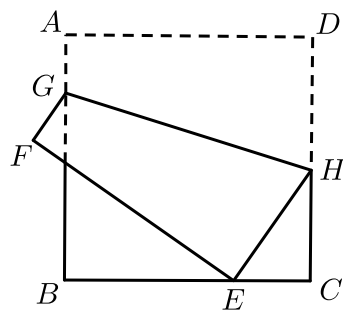
在 $\text{Rt}\triangle AD'E$ 由勾股定理得：

$$AD'^2 + D'E^2 = 2^2 + x^2 = AE^2 = (4 - x)^2，$$

$$\text{解得 } x = \frac{3}{2}。$$

【标注】 【知识点】 翻折问题与勾股定理

31. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 9，将正方形折叠，使顶点 D 落在 BC 边上的点 E 处，折痕为 GH 。若 $BE : EC = 2 : 1$ ，求线段 EC 、 CH 的长。



【答案】 $EC = 3$ ， $CH = 4$ 。

【解析】 $\because BC = 9$ ， $BE : EC = 2 : 1$ ，

$\therefore EC = 3$ 。

设 $CH = x$ ，

则 $DH = 9 - x$ 。

由折叠可知 $EH = DH = 9 - x$ 。

在 $\text{Rt}\triangle ECH$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，

$$\therefore EC^2 + CH^2 = EH^2。$$

$$\text{即 } 3^2 + x^2 = (9 - x)^2 .$$

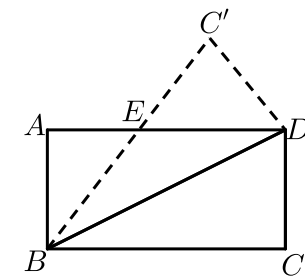
$$\text{解得 } x = 4 .$$

$$\therefore CH = 4 .$$

【标注】【知识点】轴对称的定义

【知识点】勾股定理的证明

32. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AD = 6$ ， $AB = 3$ ，将 $\triangle BCD$ 沿对角线 BD 翻折，点 C 落在点 C' 处， BC' 交 AD 于点 E ，则线段 AE 的长为（ ）。



A. $\frac{9}{4}$

B. 3

C. $\frac{15}{4}$

D. $\frac{15}{2}$

【答案】A

【解析】设 $ED = x$ ，则 $AE = 6 - x$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形，

$\therefore AD \parallel BC$ ， $AD = BC = 6$ ， $AB = CD = 3$ ，

$\therefore \angle EDB = \angle DBC$ ，

由题意得： $\angle EBD = \angle DBC$ ，

$\therefore \angle EDB = \angle EBD$ ，

$\therefore EB = ED = x$ ，

由勾股定理得

$$BE^2 = AB^2 + AE^2 ,$$

$$\text{即 } x^2 = 9 + (6 - x)^2 ,$$

$$\text{解得：} x = \frac{15}{4} ,$$

$$\therefore ED = \frac{15}{4} ,$$

$$\begin{aligned} \therefore AE &= AD - ED = 6 - \frac{15}{4} \\ &= \frac{9}{4} . \end{aligned}$$

【标注】【知识点】其它翻折问题